ESERCIZI SULLE DIVISIONI DI POLINOMI

www.esercizimatematica.com

LINK DELLA LEZIONE: ***Esercizi sulle divisioni di polinomi***

In questo documento puoi trovare tutti gli esercizi per i quali i nostri studenti ci hanno chiesto una mano.

Prof. Ing. Paolo Calicchio
paolocalicchio84@gmail.com

Esercizi sulle divisioni di polinomi

Esercizio risolto in data 13/12/2015

$$(x^{4n}-16^m):(x^n-2^m)$$

Cerchiamo di risolvere, applicando solo la regola vista, questa più difficile divisione di polinomi. Iniziamo innanzitutto scrivendo il primo polinomio, inserendo gli zeri quando necessario. Visto che l'esponente massimo della x è 4n, per le proprietà delle potenze, andando a decrescere dovrei avere potenze con 3n, 2n, 1n. Dato che non ci sono, inseriamo degli 0.

$$x^{4n}+0+0+0-16^m$$

Andiamo ora a svolgere la divisione. Si inizia da $x^{4n} : x^n = x^{3n}$(divisione di due potenze con la stessa base: sottrazione degli esponenti)

$$\begin{array}{ccccc|l} x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n-2^m \\ \cline{6-6} & & & & & x^{3n} \end{array}$$

Come visto negli esercizi precedenti ora torniamo verso sinistra moltiplicando il precedente risultato per il polinomio divisore e cambiando i segni. Attenzione a mettere bene in colonna.

Cioè moltiplico x^{3n} per x^n e poi per -2^m e inverto i segni.

$$\begin{array}{ccccc|l} x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n-2^m \\ \cline{6-6} -x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n} \end{array}$$

A questo punto sommo i termini in colonna. Il primo DEVE necessariamente fare zero.

$$\begin{array}{ccccc|l} x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n-2^m \\ \downarrow & \downarrow & & & & \\ \cline{6-6} -x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n} \\ \cline{1-2} 0 & +2^m x^{3n} & & & & \end{array}$$

Ripartiamo ora come se fossimo dall'inizio. Ovvero dividiamo il primo termine che abbiamo ottenuto (cioè $+2^m x^{3n}$) per il primo monomio del divisore (cioè x^n). Il risultato è $+2^m x^{2n}$.

$$\begin{array}{ccccc|l} x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n-2^m \\ \cline{6-6} -x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n}+2^m x^{2n} \\ \cline{1-2} 0 & +2^m x^{3n} & & & & \end{array}$$

Torniamo di nuovo a sinistra facendo le moltiplicazioni tra $2^m x^{2n}$ e il binomio x^n-2^m e le riportiamo in colonna.

$$\begin{array}{ccccc|l}
x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n-2^m \\ \cline{6-6}
-x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n}+2^m x^{2n} \\ \cline{1-2}
0 & +2^m x^{3n} & & & & \\
 & -2^m x^{3n} & -4^m x^{2n} & & &
\end{array}$$

Come prima facciamo la somma per ottenere:

$$\begin{array}{ccccc|l}
x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n-2^m \\ \cline{6-6}
-x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n}+2^m x^{2n} \\ \cline{1-2}
0 & +2^m x^{3n} & & & & \\
 & -2^m x^{3n} & +4^m x^{2n} & & & \\ \cline{2-3}
 & 0 & +4^m x^{2n} & & &
\end{array}$$

Ricominciamo di nuovo spostandoci da sinistra a destra. Divido $+4^m x^{2n}$ per x^n per ottenere $+4^m x^n$ che riporto nel quoziente.

$$\begin{array}{ccccc|l}
x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n-2^m \\ \cline{6-6}
-x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n}+2^m x^{2n}+4^m x^n \\ \cline{1-2}
0 & +2^m x^{3n} & & & & \\
 & -2^m x^{3n} & +4^m x^{2n} & & & \\ \cline{2-3}
 & 0 & +4^m x^{2n} & & &
\end{array}$$

Nuovamente moltiplico il nuovo risultato ottenuto per il divisore cambiando i segni.

$$\begin{array}{ccccc|l}
x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n-2^m \\ \cline{6-6}
-x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n}+2^m x^{2n}+4^m x^n \\ \cline{1-2}
0 & +2^m x^{3n} & & & & \\
 & -2^m x^{3n} & +4^m x^{2n} & & & \\ \cline{2-3}
 & 0 & +4^m x^{2n} & & &
\end{array}$$

$$-4^m x^{2n} \qquad -8^m x^n$$

Di nuovo sommo i termini in colonna. Attenzione stavolta a “tirare giù” il -16^m. Prima erano tutti zero per cui potevamo evitare questa operazione.

$$\begin{array}{ccccc|l}
x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n - 2^m \\ \cline{6-6}
-x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n} + 2^m x^{2n} + 4^m x^n \\ \cline{1-2}
0 & +2^m x^{3n} & & & & \\
 & -2^m x^{3n} & +4^m x^{2n} & & & \\ \cline{2-3}
 & 0 & +4^m x^{2n} & & & \\
 & & -4^m x^{2n} & -8^m x^n & & \\ \cline{3-4}
 & & 0 & -8^m x^n & -16^m &
\end{array}$$

Nuovamente e per l’ultima volta si dividono tra loro i primi monomi:

$$\begin{array}{ccccc|l}
x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n - 2^m \\ \cline{6-6}
-x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n} + 2^m x^{2n} + 4^m x^n + 8^m \\ \cline{1-2}
0 & +2^m x^{3n} & & & & \\
 & -2^m x^{3n} & +4^m x^{2n} & & & \\ \cline{2-3}
 & 0 & +4^m x^{2n} & & & \\
 & & -4^m x^{2n} & +8^m x^n & & \\ \cline{3-4}
 & & 0 & +8^m x^n & -16^m &
\end{array}$$

Moltiplico nuovamente il quoziente ottenuto per il binomio divisore per ottenere:

$$\begin{array}{ccccc|l}
x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n - 2^m \\ \cline{6-6}
-x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n} + 2^m x^{2n} + 4^m x^n + 8^m \\ \cline{1-2}
0 & +2^m x^{3n} & & & & \\
 & -2^m x^{3n} & +4^m x^{2n} & & & \\ \cline{2-3}
 & 0 & +4^m x^{2n} & & & \\
 & & -4^m x^{2n} & +8^m x^n & & \\ \cline{3-4}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & +8^m x^n & -16^m \\ & -8^m x^n & +16^m \end{array}$$

Sommo algebricamente per l'ultima volta per ottenere:

$$\begin{array}{ccccc|l} x^{4n} & 0 & 0 & 0 & -16^m & x^n - 2^m \\ \cline{6-6} -x^{4n} & +2^m x^{3n} & & & & x^{3n} + 2^m x^{2n} + 4^m x^n + 8^m \\ \cline{1-2} 0 & +2^m x^{3n} & & & & \\ & -2^m x^{3n} & +4^m x^{2n} & & & \\ \cline{2-3} & 0 & +4^m x^{2n} & & & \\ & & -4^m x^{2n} & +8^m x^n & & \\ \cline{3-4} & & 0 & +8^m x^n & -16^m & \\ & & & -8^m x^n & +16^m & \\ \cline{4-5} & & & 0 & 0 & \end{array}$$

Siamo così arrivati ad ottenere RESTO=0 e la divisione ha il seguente risultato:

$$(x^{4n} - 16^m) : (x^n - 2^m) = x^{3n} + 2^m x^{2n} + 4^m x^n + 8^m$$